

Использование модели марковских процессов гибели и размножения в системе работы предприятий торговли

УДК

Басенко Л.В., студентка 3 курса
факультета экономической информатики
ХНЭУ им. С.Кузнеця

Одним из важнейших факторов, который должен учитываться в процессе принятия оптимальных решений, является фактор случайности. Следует отметить при этом, что фактор "неопределенности" не адекватен фактору "случайности", так как при учете "случайности" необходимо, чтобы массовые случайные явления обладали свойством статической устойчивости. Это означает, что учитываемые случайные явления подчиняются определенным статическим закономерностям, требования которых не обязательны при учете неопределенности.

Данная тема крайне актуальна ввиду высокой значимости марковских процессов в исследовании экономических, экологических и биологических процессов, кроме того, марковские процессы лежат в основе теории массового обслуживания, которая в настоящее время активно используется в различных экономических направлениях, в том числе управлении процессами на предприятии.

Условие статической устойчивости позволяет использовать в процессе принятия решений эффективные математические методы теории случайных процессов и, в частности, одного из ее разделов - теории марковских процессов.

Благодаря сравнительной простоте и наглядности математического аппарата, высокой достоверности и точности получаемых решений, особое внимание марковские процессы приобрели у специалистов, занимающихся исследованием операций и теорией принятия оптимальных решений.

Среди однородных марковских процессов существует класс случайных процессов, имеющих широкое применение при построении математических моделей в областях демографии, биологии, медицины

(эпидемиологии), экономике, коммерческой деятельности. Это так называемые процессы «рождения-гибели».

Марковская непрерывная цепь называется «процессом гибели и размножения», если ее граф состояний имеет вид:

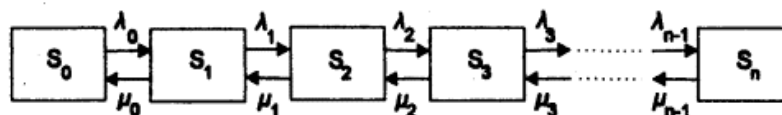


Рис. 1 Размеченный граф процесса "рождения-гибели"

все состояния можно вытянуть в одну цепочку, в которой каждое из средних состояний (S_2, \dots, S_{n-1}) связано прямой и обратной связью с каждым из соседних состояний, а крайние состояния (S_1, S_n) — только с одним соседним состоянием.

Особенностью модели является наличие прямой и обратной связей с каждым соседним состоянием для всех средних состояний; первое и последнее (крайние) состояния связаны только с одним "соседом" (с последующим и предыдущим состояниями соответственно).

Таким образом марковские процессы гибели и размножения в системе способствуют принять оптимальных решений, но у них есть ряд недостатков, в частности система из любого своего состояния непосредственно может перейти только в соседнее с ней состояние. Данный процесс может использоваться в сложных моделях в качестве одного из компонента новой модели при моделировании деятельности торгового предприятия.

Рассмотрим возможность прикладного применение полученных моделей для анализа работы предприятий торговли (СМО).

Узел расчета круглосуточного мини-маркета состоит из двух кассовых аппаратов, размеченный граф состояний которого имеет вид:

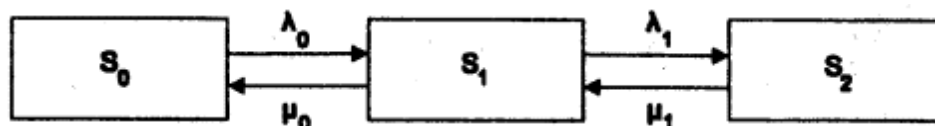


Рис. 2 Размеченный граф состояний СМО

где:

S_0 - оба аппарата исправны;

S_1 - один аппарата исправен, другой ремонтируется;

S_2 -оба аппарата неисправны и ремонтируются.

Будем полагать, что процессы отказов и восстановлений - однородные марковские, одновременный выход из строя обоих компьютеров, как и одновременное восстановление двух отказавших компьютеров практически невозможно.

Поскольку кассовые аппараты одинаковые, то с точки зрения работы, неважно, какая именно касса занята важно S_1 , что одна.

λ_0, λ_1 - интенсивности потоков отказов;

μ_0, μ_1 - интенсивности потоков восстановлений.

Пусть среднее время безотказной работы каждого компьютера составит 10 суток, а среднее время восстановления одного аппарат – 0,1 суток.

Таки образом получаем, что интенсивность отказов одного компьютера будет равна : $\lambda=0.1$, а интенсивность восстановления одного кассового аппарата : $\mu= 10$.

В состоянии S_0 работают обе кассы, следовательно: $\lambda_0=0.2$ сут.

В состоянии S_1 работает один аппарат, значит: $\lambda_1 =0.01$ суток.

В состоянии S_1 восстанавливается один аппарат, тогда: $\mu_0=10$ суток.

В состоянии S_2 восстанавливается оба аппарата, следовательно: $\mu_1=20$ суток.

Определим финальные состояния системы массового обслуживания по формулам:

$$P_1 = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_{12}}{\mu_{21}} + \frac{\lambda_{12}\lambda_{23}}{\mu_{21}\mu_{32}} + \frac{\lambda_{12}\lambda_{23}\lambda_{34}}{\mu_{21}\mu_{32}\mu_{43}} + \frac{\lambda_{12}\lambda_{23}\lambda_{34}}{\mu_{21}\mu_{32}\mu_{43}} + \dots + \frac{\lambda_{12}\lambda_{23} \dots \lambda_{n-1,n}}{\mu_{21}\mu_{32} \dots \mu_{n,n-1}}}$$

$$P_2 = \frac{\lambda_{12}\lambda_{23}}{\mu_{21}\mu_{32}} \cdot P_1; \dots P_n = \frac{\lambda_{12}\lambda_{23} \dots \lambda_{n-1,n}}{\mu_{21}\mu_{32} \dots \mu_{n,n-1}} \cdot P_1.$$

Таким образом: $P_0=0,98$; $P_1=0.0169$; $P_2=0.0004$.

Следовательно, доля времени когда обе кассы работают исправно составляет 98% от всего рабочего времени и с вероятностью 0,04% от всего времени, возможно наступление состояния, когда обе кассы перестанут функционировать и будут находиться на ремонте .

Было показано, на примере прикладной задачи «о кассовых аппаратах», что марковские процессы имеют прямое отношение ко многим процессам, происходящим в окружающей среде и в экономике.

Также марковские процессы лежат в основе теории массового обслуживания, которая в свою очередь является незаменимой в экономике, в частности при управлении торговым предприятием и различными процессами, происходящими в нем.

Литература

1. Лабскер Л.Г. Вероятностное моделирование в финансово-экономической области, 2002. -167 с.
2. Вентцель Е.С. Исследование операций, 1988. -112 с. ,
3. Мишин И.Н. Статья: Роение в процессах Маркова, 2006.

Руководитель , к.э.н, доцент

Чаговец Л.А

Автор

Басенко Л.В.